

Литейное производство.- 2007, № 8, с.45-47.

В.П. Монастырский, А.И. Александрович, А.В. Монастырский, М.Б. Соловьев, М.Д. Тихомиров

Моделирование напряженно-деформированного состояния отливки при кристаллизации

Введение

При производстве отливок деталей ответственного назначения (рабочие и сопловые лопатки газотурбинных двигателей, моноколеса и т.д.) причиной брака бывают следующие дефекты: горячие трещины (рис.1), несоответствие геометрии (коробление). Эти дефекты могут возникать по многим причинам, среди которых: неправильная конструкция литниково-питающей системы, неверно выбранный температурный режим, нарушение технологии изготовления формы. Одним из эффективных способов решения этих вопросов является применение на этапе проектирования систем компьютерного моделирования литейных процессов (СКМ ЛП) типа СКМ ЛП «ПолигонСофт» или ProCast, применяемых в т.ч. и на ФГУП ММПШ «Салют».

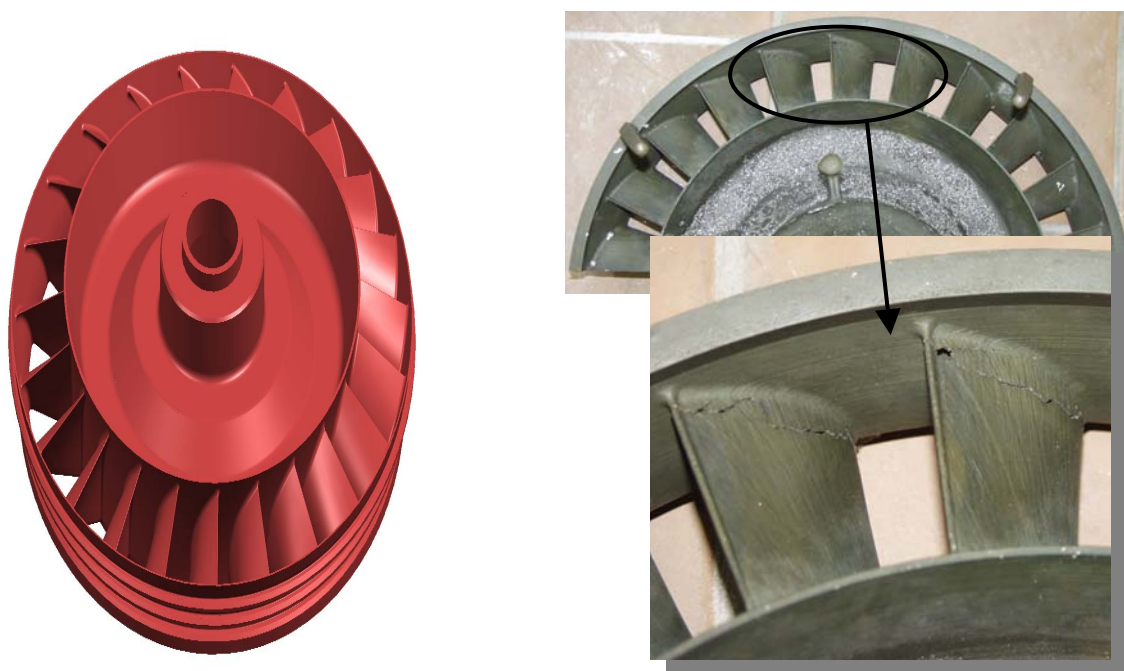


Рис. 1. Пример возникновения трещин

вследствие высоких напряжений в отливке

Физическая суть процесса (например, применительно к литью по выплавляемым моделям) состоит в том, что для получения отливки расплавленный металл заливают в керамическую оболочку – форму, внутренняя полость которой оформляет поверхность получаемой отливки. Форма и жидкий металл имеют заданные температуры, тепловые, усадочные и деформационные свойства. Процесс остывания отливки проходит, как правило, неравномерно из-за наличия в ней тонких и массивных частей, неравномерной толщины стенок формы и из-за того, что часть отливки граничит непосредственно с внешней средой. В следствие этих причин может изменяться геометрия отливки, происходить ее разрушение. С другой стороны, форма может или препятствовать этим изменениям или сама разрушаться под влиянием отливки и внутренних напряжений.

Эти процессы можно контролировать, используя математическое моделирование напряженно-деформируемого состояния отливки, в процессе ее остывания от жидкого состояния до низких температур.

ФГУП ММПШ «Салют» совместно с ООО «Фокад» и ВЦ РАН несколько лет проводит работу по созданию деформационного модуля в рамках системы компьютерного моделирования литейных процессов СКМ ЛП «ПолигонСофт». Эта работа в конце 2006 была успешно завершена созданием полномасштабного деформационного модуля, способного моделировать как деформационные процессы в интервале затвердевания, так и процессы напряженно-деформируемого состояния в процессе охлаждения.

В данной статье предлагается в качестве освещения решения этих вопросов описание математических моделей, используемых при решении деформационной задачи, описание алгоритмов расчёта термоупругопластических полей, возникающих в отливке, а кроме того, приведены результаты тестовых расчетов.

1. Модель термоупругопластической среды

Для расчета напряжений и деформаций в отливке и форме необходимо использовать модель среды, которая будет описывать поведение материалов в процессе остывания и возникновения в них напряжений.

Напряженное состояние, возникающее в металле и керамической форме в процессе остывания, описывается тензором истинных напряжений. Значения компонент тензора напряжений определяются по соотношениям термоупругопластичного материала.

В рассматриваемой модели, упругие свойства определяются упругим модулем E , коэффициентом Пуассона ν , модулем линейного температурного расширения α , которые зависят от температуры T :

$$E = E(T), \nu = \nu(T), \alpha = \alpha(T). \quad (1)$$

Функции $E(T)$, $\nu(T)$, $\alpha(T)$ будем считать заданными. Обозначим среднее напряжение:

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}). \quad (2)$$

Тогда относительное изменение объема частиц (при малых деформациях):

$$\Theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}. \quad (3)$$

Согласно закону Дюгамеля-Неймана, объемный закон Гука с учетом изменения температуры имеет вид

$$\sigma = \frac{1}{3} \left[\frac{E(T)}{1 - 2\nu(T)} \right] (\Theta - 3\alpha\Delta T). \quad (4)$$

Для описания зависимости девиатора тензора напряжений

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}, \sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma\delta_{ij} \quad (5)$$

где $i, j = x, y, z$

от процесса деформирования используем геометрические представления процессов нагружения А.А. Ильюшина [1].

Девиатор тензора напряжений в текущий момент времени пропорционален разности между девиатором тензора текущей деформации и девиатором тензора пластической деформации (тензор пластической деформации совпадает со своим девиатором), т.е.:

$$S_{ij}(t) = D(e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)). \quad (6)$$

где e_{ij} - девиатор текущей деформации,

$e_{ij}^{(P)}$ - девиатор тензора пластической деформации.

В пятимерном пространстве девиаторов, введенным А. А. Ильюшиным это выглядит следующим образом (рис. 2):

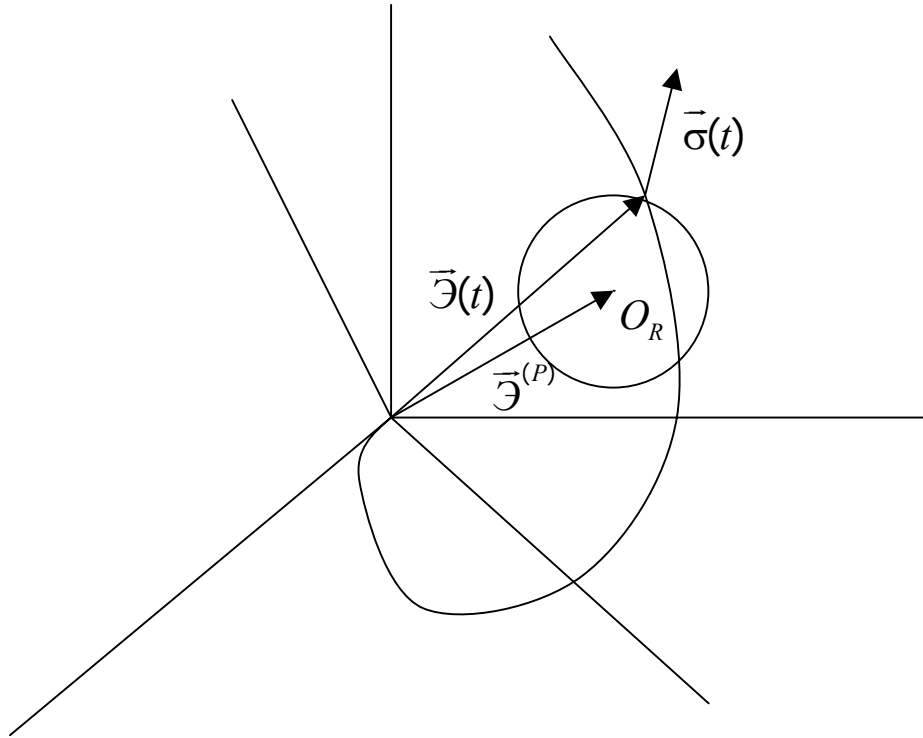


Рис. 2. Пятимерное пространство девиаторов тензоров деформаций

На рисунке 4.1 введены следующие обозначения:

O_R - точка полной разгрузки частицы материала;

$\vec{\Xi}$ - пятимерный вектор, компоненты которого взаимно однозначно соответствуют компонентам девиатора тензора деформаций e_{ij} ;

$\vec{\Xi}^{(P)}$ - пятимерный вектор, соответствующий компонентам девиатора пластической деформации;

$\vec{\sigma}$ - пятимерный вектор, определяющий девиатор тензора напряжений.

Предполагается, что если в момент времени t точка траектории деформаций оказывается внутри поверхности текучести, конфигурацию которой будем предполагать сферической с центром в точке, определяемой концом вектора $\vec{\Xi}^{(P)}$ в пространстве деформаций, то

$$S_{ij}(t) = 2\mu(T) \cdot (e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)), \quad (7)$$

где $e_{ij}^{(P)}$ – при численных расчетах берется с предыдущего момента времени $t - \Delta t$, т.е. пластическая

В трансляционно изотропно упрочняющейся модели предполагается, что $e_{ij}^{(P)}$ - девиатор, соответствующий точке полной разгрузки O_R и коэффициент D изменяются в зависимости от процесса деформирования и температуры T .

Кинетика изменения $e_{ij}^{(P)}$ определяется следующим образом:

$$\Delta e_{ij}^{(P)} = [e_{ij}(t) - e_{ij}^{(P)}(t)] - \frac{S_{ij}(t)}{2\mu(T)}. \quad (8)$$

Остаётся определить скалярный коэффициент D и тогда для любого заданного процесса деформирования будут однозначно определяться процессы изменения пластической деформации и процесс изменения девиатора тензора напряжений.

Поскольку описанные соотношения определяют девиатор тензора напряжений с точностью до задания коэффициента D в зависимости от процесса деформирования, то для определения зависимости этого коэффициента от e_{ij} рассмотрим простой процесс, легко реализуемый в эксперименте - одноосное растяжение образца. Тогда зависимость D от процесса деформирования может быть восстановлена по экспериментальным данным. Экспериментальная кривая $\sigma_u \sim \varepsilon_u$ аппроксимируется двухзвенной ломаной, изображенной на (рис. 3).

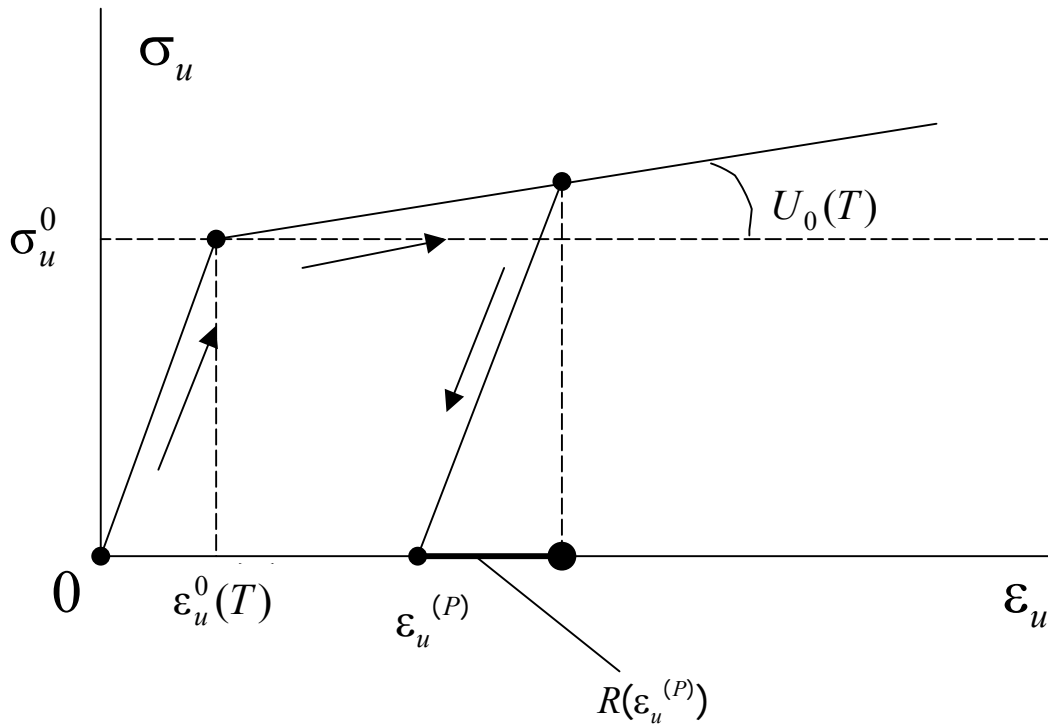


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальной кривой $\sigma_u \sim \epsilon_u$

Функции $\epsilon_u^0(T)$, σ_u^0 , $U_0(T)$ характеризуют зависимость механических свойств от температуры.

Если процесс деформирования в векторном пятимерном представлении продолжается в момент времени t вне поверхности текучести, коэффициент D определим следующим образом:

$$D = \frac{2}{3} \frac{3\mu(T)R(\epsilon^{(P)}) + U_0(T)(\epsilon - R(\epsilon_u^{(P)}))}{\epsilon}. \quad (9)$$

где ϵ - интенсивность упругих деформаций.

Если же процесс деформирования в момент времени t оказывается внутри поверхности текучести, то

$$D = 2\mu(T), \quad \mu(T) = \frac{\sigma_u^0(T)}{3\epsilon_u^0(T)} \quad (10)$$

Радиус поверхности текучести $R(\varepsilon^{(P)})$ определяется следующим образом:

$$R(\varepsilon^{(P)}) = \frac{\sigma_u^0(T)}{3\mu(T)} \quad (11)$$

Эта формула, так же как и формула для D получаются из требования совпадения результатов модели с экспериментами на одноосное растяжение образцов.

2. Метод решения задачи

Для решения задачи об определении напряжений и деформаций в отливке и форме использован метод локальных функционалов, который является модификацией метода конечных элементов.

Отметим, что так как рассматривается несвязанная задача термоупругопластичности, распределение температуры в изделии для каждого момента времени предполагается рассчитанным отдельно (путем решения надлежащим образом поставленной задачи для уравнения теплопроводности), и, тем самым, будем предполагать температурное поле заданным для каждого момента времени.

Отливка и форма разбиваются на конечные элементы в форме тетраэдров.

В каждом элементе для удобства расчёта введём локальную систему координат ξ, η, ζ , которая связывается с эйлеровой пространственной евклидовой системой координат линейными соотношениями (рис. 4):

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta, \zeta) &= x_A + (x_B - x_A)\xi + (x_C - x_A)\eta + (x_D - x_A)\zeta, \\ y(\xi, \eta, \zeta) &= y_A + (y_B - y_A)\xi + (y_C - y_A)\eta + (y_D - y_A)\zeta, \end{aligned} \quad (12)$$

$$z(\xi, \eta, \zeta) = z_A + (z_B - z_A)\zeta + (z_C - z_A)\eta + (z_D - z_A)\zeta.$$

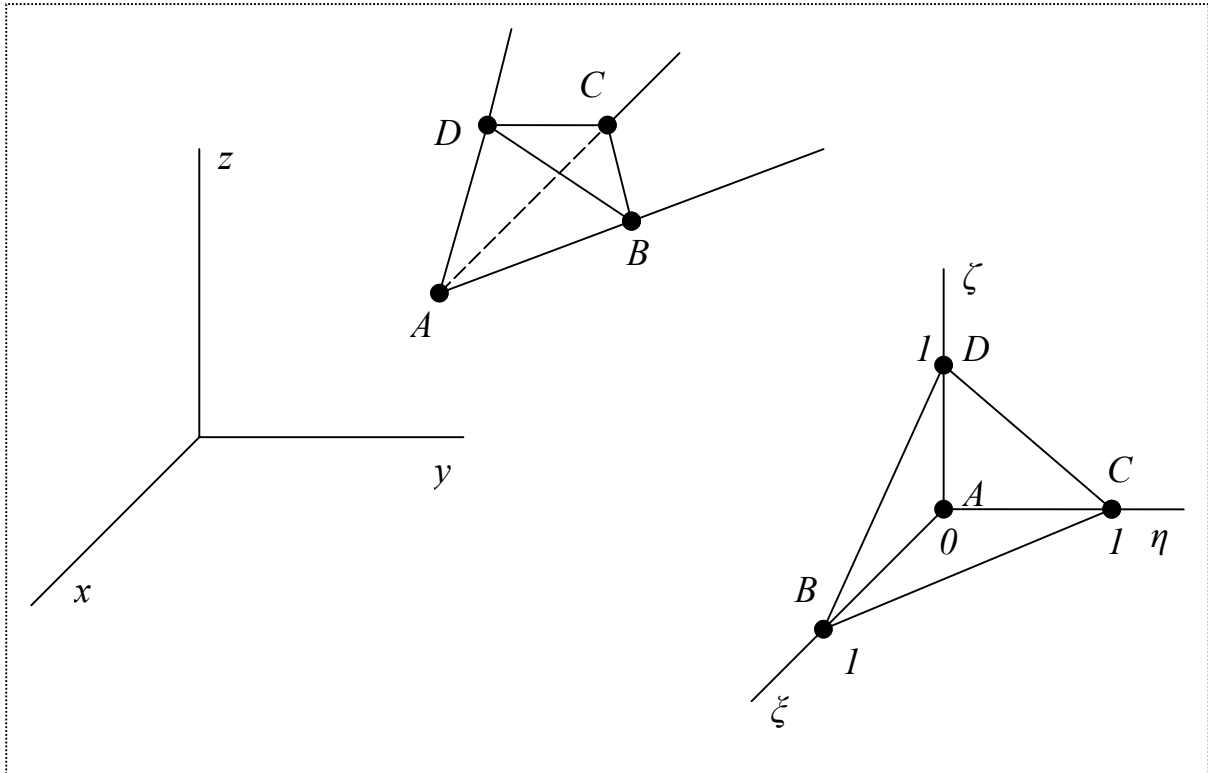


Рис. 4

Аналогичные функции используются и для распределения компонент вектора смещений и поля температуры:

Определённые в углах элемента компоненты тензора напряжений позволяют вычислить обобщённые силы, приведённые к узлам тетраэдра:

$$\begin{aligned} Q_x(A) &= \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon^{A,x}_{ij} dV \\ Q_y(A) &= \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon^{A,y}_{ij} dV \\ Q_z(A) &= \iiint_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon^{A,z}_{ij} dV \end{aligned} \quad (13)$$

где $\delta \varepsilon_{ij}$ - виртуальные деформации, соответствующие виртуальным смещениям вершин тетраэдра (элемента).

Далее необходимо собрать все силы по углам тетраэдров, примыкающим к каждому глобальному узлу. Равенство нулю суммарной обобщенной силы, приведенной к углу, означает локальное уравнивание поля напряжений. На границе области обобщенные узловые силы должны удовлетворять задаваемым условиям. Уравнивание сил во внутренних узлах и удовлетворение граничным условиям производится итерационным методом.

3. Проверка адекватности

В этом разделе приведены примеры расчетов цель которых - проверить адекватность и устойчивость выбранных алгоритмов расчета напряженного состояния отливки. В качестве экспериментальных данных использовали результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния отливки в системе ProCAST. Такой вариант имеет значительные преимущества по сравнению с проверкой относительно опытных данных, т.к. позволяет более точно оценить работу созданного модуля с математической точки зрения (опытные данные могут иметь большой разброс).

3.1. Описание тестируемой задачи

В качестве тестовой задачи для проверки адекватности расчетного модуля взяли сделанный ранее на ФГУП «ММПП «Салют» расчет напряжений в отливке «лопатка». Расчет выполнен в системе ProCAST. Внешний вид геометрии расчетной области отливка-форма представлен на рис. 5.

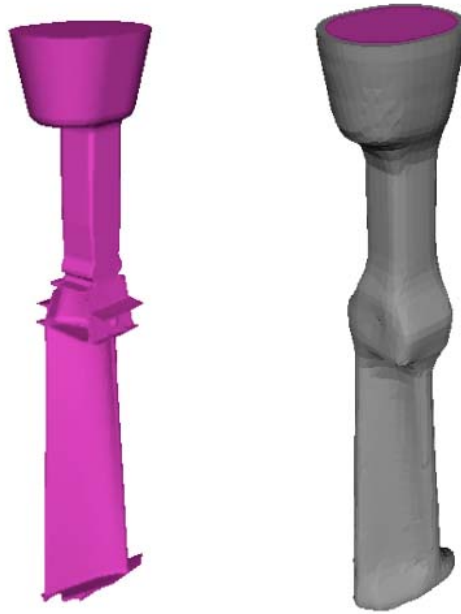


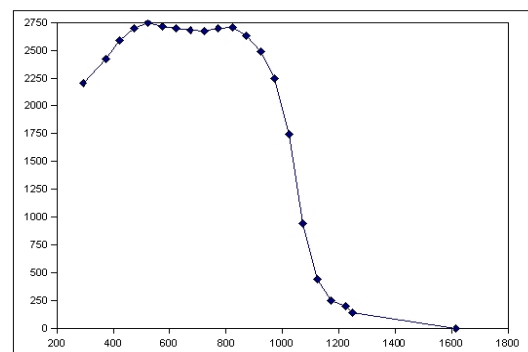
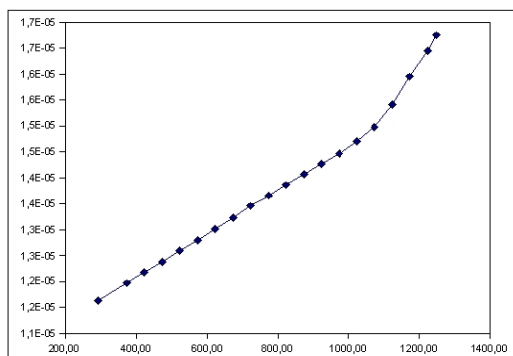
Рис. 5. Внешний вид тестируемой отливки.

Слева – модель отливки, справа – отливка в форме.

В расчете использовались следующие деформационные свойства для материалов и формы:

1. Форма. Модель среды – абсолютно жесткое тело. Расчет напряжений не ведется. Не допускается перемещение узлов сетки, не допускается проникновения узлов отливки в форму.

2. Отливка. В расчете для отливки использована модель упруго-пластической среды со свойствами, представленными в виде температурных зависимостей (рис. 6).



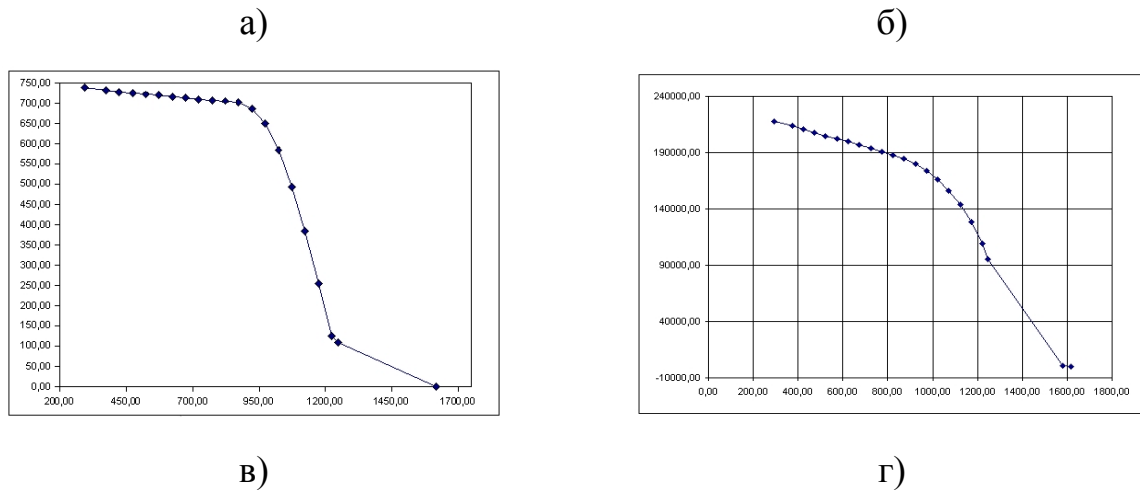


Рис. 6. Свойства материала отливки. а) коэффициент линейного температурного расширения, б) коэффициент упрочнения, в) предел текучести, г) модуль Юнга

При проведении тестового расчета все свойства материалов, граничные и начальные условия были взяты аналогичными эталонному расчету. Т.е. использовались аналогичные типы сред для отливки и формы, аналогичные механические свойства для отливки. Кроме того, в тестовом расчете использовались тепловые поля, которые были предварительно рассчитаны в САМ ЛП «Полигон» по максимально схожим тепловым свойствам и начальным условиям.

Время счёта на компьютере AMD Athlon 64 2 GHz, 2 Гб ОЗУ составило приблизительно 14 часов.

3.2. Результаты расчета

Для сравнения представлены распределения значений интенсивности напряжений в узлах отливки для различных моментов времени, полученные соответственно с помощью созданной программы и с помощью пакета ProCAST на заключительном (474 – м) временном шаге (рис. 7).

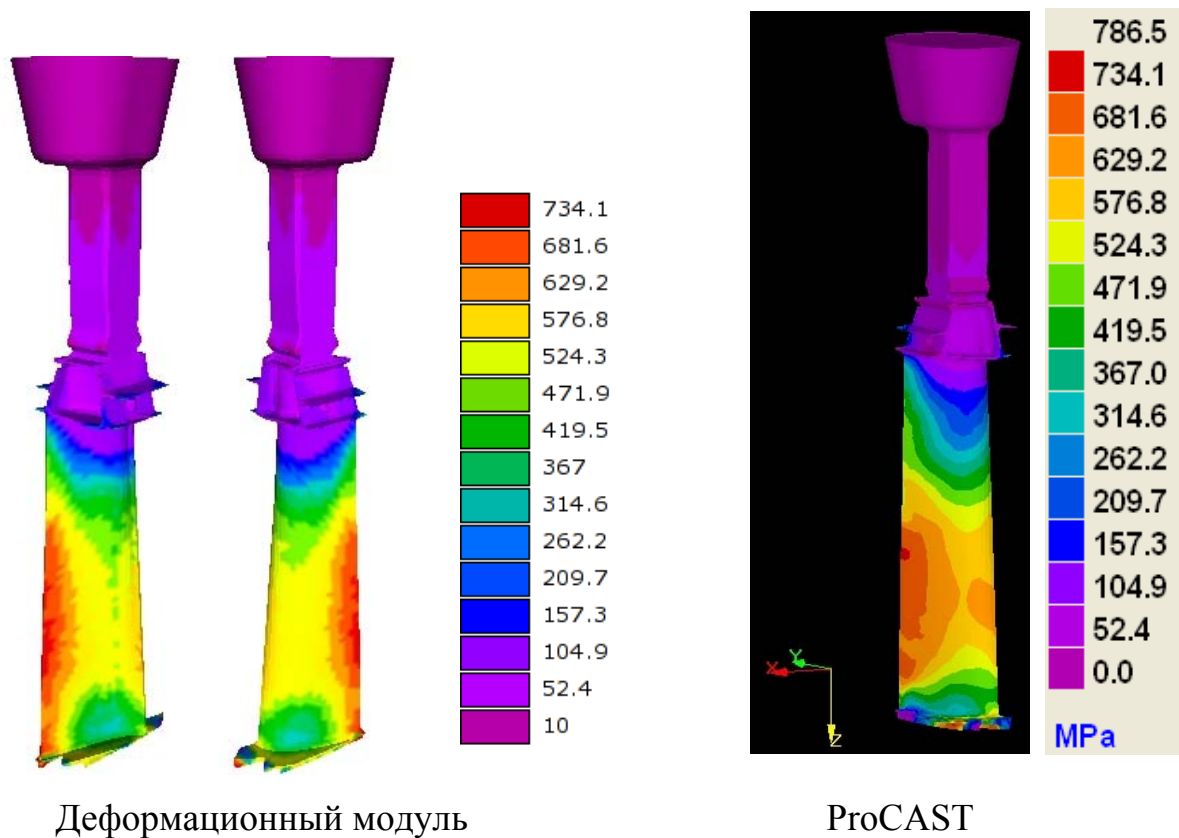


Рис. 7. Результаты вычислений

Из рисунков видно, что качественно распределение интенсивности напряжений, полученное с помощью созданной программы хорошо совпадает с полученным на пакете ProCAST. В качестве причин, которые могли повлиять на количественное различие в значениях интенсивности напряжений, можно указать следующие:

- различие в алгоритмах реализации силового взаимодействия сред (отливки и формы) и обеспечения их непроникновения друг в друга;
- различие в вычислительных алгоритмах, используемых для расчёта механических полей;
- имеющиеся различия в значениях температурных полей (для расчёта с помощью созданной программы использовалось температурное поле, рассчитанное с помощью пакета “Полигон”; для расчёта с помощью ProCAST температура рассчитывалась с помощью модуля, входящего в состав этого пакета);

- использование различных моделей сред (в созданной программе используется теория А. А. Ильюшина).

3.3. Расчет напряженно-деформируемого состояния в отливки с учетом упругой деформации формы

В этом расчет керамическая форма принималась линейно упругой средой, что является более правильным с точки зрения реального поведения материала. Все остальные условия свойства и поля взяты из предыдущего расчета.

Из-за трудности в нахождении информации о термомеханических свойствах керамики, они принимались в виде констант, значения которых были подобраны эмпирически:

- модуль Юнга 68020 МПа;
- коэффициент Пуассона 0.2735;
- коэффициент линейного температурного расширения $1/K$;
- предел прочности 300 МПа.

Величины, контролирующие точность расчёта и его продолжительность, задавались те же, что и в расчёте с абсолютно твёрдой керамикой.

Часть узлов формы (отмечены синими кружками), в ходе расчёта считались жёстко закреплёнными (перемещения в них полагались равными нулю).

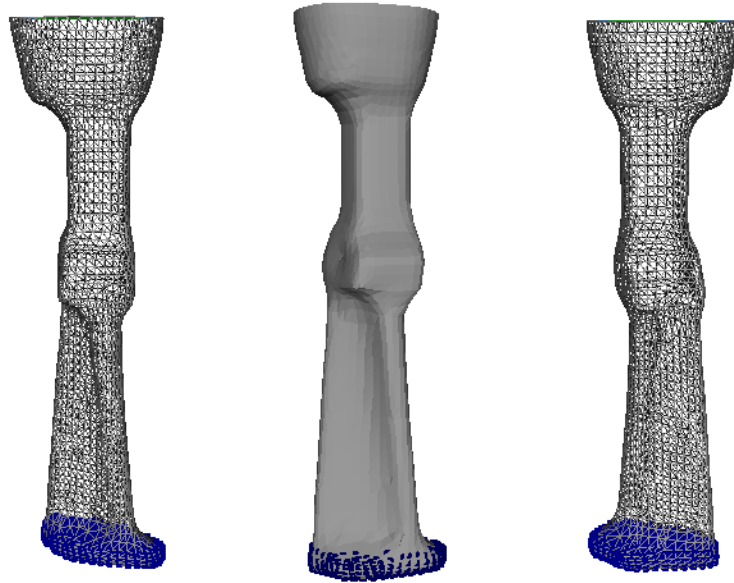


Рис. 8. Жесткое закрепление узлов сетки формы

Ниже (рис .9) показаны распределения интенсивности напряжений на последнем временном шаге.

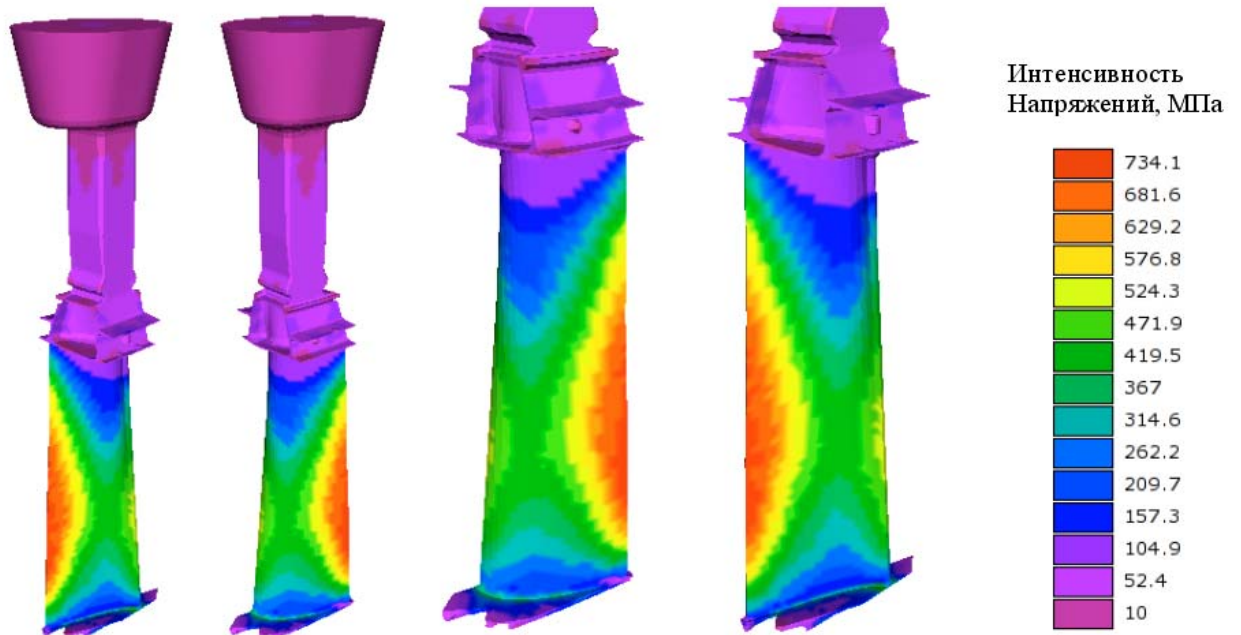


Рис. 9

В первую очередь, отличие в результатах расчёта от расчётов с абсолютно твёрдой формой объясняется использованием линейно упругой модели для керамики.

Как видно из рисунка, интенсивность напряжений в расчёте с упругой керамикой оказывается в среднем меньше, чем в расчёте с абсолютно твёрдой керамикой. Это может объясняться тем, что условия непроникновения внутрь абсолютно твёрдого тела являются более “жесткими” (так как его конфигурация не изменяется), чем условия контактного взаимодействия с упругой средой: например, в области контакта металл может “отодвинуть” керамику от себя и тем самым, создастся “дополнительная свобода” для перемещения узлов отливки (возникнет зазор или увеличится ширина существующего зазора), что совершенно невозможно в случае абсолютно твёрдой керамики.

ВЫВОД

Созданный (и в течении нескольких лет адаптируемый) по заказу ФГУП ММПП «Салют» деформационный модуль для СКМ ЛП «ПолигонСофт» в рамках совместных работ специалистов ФГУП ММПП «Салют», ВЦ РАН и разработчиков системы «ПолигонСофт», *адекватно описывает деформационные процессы* в отливках лопаточного типа и позволяет эффективно оптимизировать соответствующие литейные технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. // М.: Изд-во МГУ, 1978.